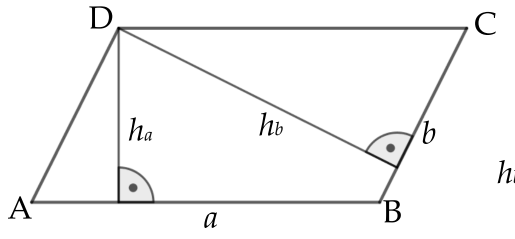
RAUM UND FORM

Flächeninhalt des Parallelogramms



$h_b \mathrel{\hat{=}}$ Höhe auf die Seite b

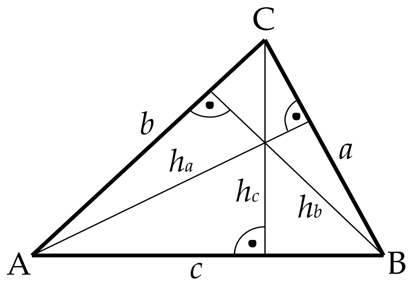
Der Flächeninhalt $\mathbf{A_P}$ eines **Parallelogramms** beträgt:

$$A_P = \text{Grundlinie} \cdot \text{Höhe}$$
$$A_P = a \cdot h_a = b \cdot h_b$$

Als Höhe h in einem Parallelgramm bezeichnet man den Abstand zweier paralleler Seiten.

Bsp.: $A_P = 2\text{ dm} \cdot 3{,}5\text{ cm} = 20\text{ cm} \cdot 3{,}5\text{ cm} = 70\text{ cm}^2$

Flächeninhalt des Dreiecks



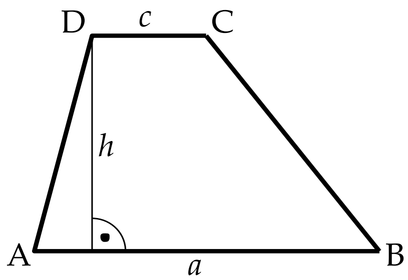
Der Flächeninhalt A_Δ eines **Dreiecks** beträgt:

$$A_\Delta = (\text{Grundlinie} \cdot \text{Höhe}) : 2$$
$$A_\Delta = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h_b = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$$

Als Höhe h in einem Dreieck bezeichnet man den Abstand eines Eckpunkts von der gegenüberliegenden Seite.

Bsp.: $A_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 2{,}5\text{ dm} \cdot 14\text{ cm} = \frac{1}{2} \cdot 25\text{ cm} \cdot 14\text{ cm} = 7\text{ cm} \cdot 25\text{ cm} = 175\text{ cm}^2 = 1{,}75\text{ dm}^2$

Flächeninhalt des Trapezes



Der Flächeninhalt A_T eines **Trapezes** lautet: A_T = Summe der parallelen Seiten · Höhe : 2

$$A_T = (a + c) \cdot h : 2 = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h$$

Als Höhe h in einem Trapez bezeichnet man den Abstand der beiden zueinander parallelen Seiten.

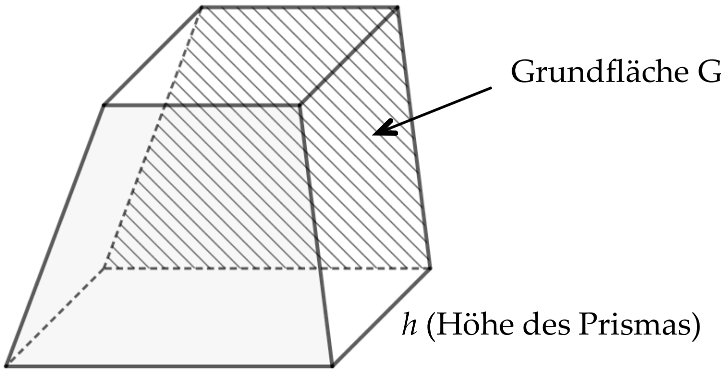
Bsp.: $A_T = \frac{1}{2} \cdot (3\text{ cm} + 5{,}5\text{ cm}) \cdot 2\text{ dm} = \frac{1}{2} \cdot 8{,}5\text{ cm} \cdot 20\text{ cm} = 10\text{ cm} \cdot 8{,}5\text{ cm} = 85\text{ cm}^2$

Das gerade Prisma

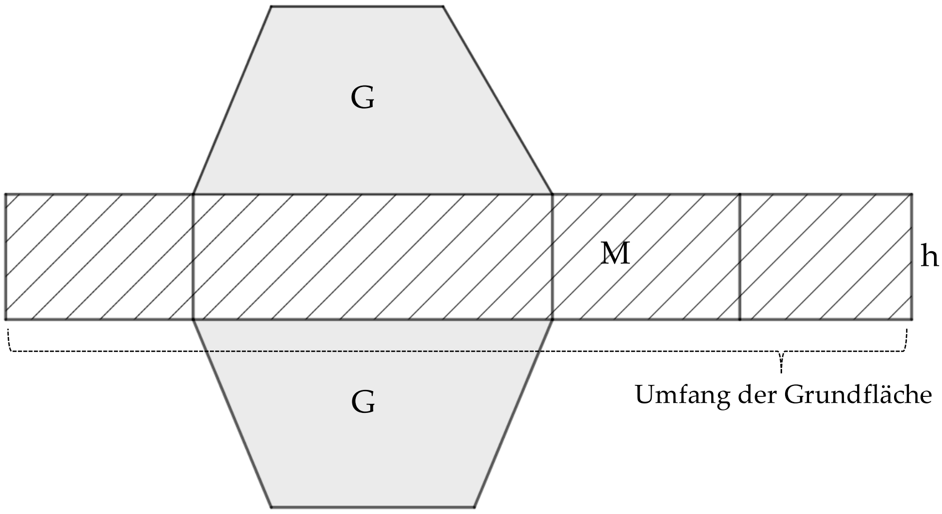
Ein gerades Prisma besitzt folgende Eigenschaften:

- Grund- und Deckfläche sind deckungsgleiche Vielecke
- Seitenkanten sind parallel, gleich lang und stehen auf der Grundfläche senkrecht
- alle Seitenflächen sind Rechtecke

Mit einem Schrägbild wird das Prisma räumlich dargestellt:



In einem Netz werden die Grund (G) - und die Mantelfläche (M) eines Prismas deutlich:



Die *Mantelfläche* besteht aus allen Seitenflächen, die zusammen ein großes Rechteck ergeben.

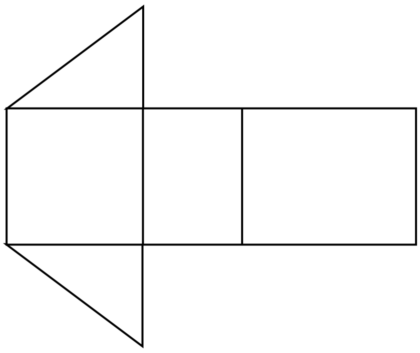
Oberflächeninhalt des Prismas

Der Oberflächeninhalt eines Körpers ist gleich dem Flächeninhalt seines Netzes.
Daher gilt für das Prisma:

$$O_P = \text{Grundfläche} + \text{Deckfläche} + \text{Mantelfläche}$$
$$O_P = 2 \cdot G + M$$
$$M = u_{\text{Grundfläche}} \cdot h_{\text{Prisma}}$$

Bsp.: Prisma mit rechtwinkligem Dreieck (3 cm, 4 cm, 5 cm) als Grundfläche und Höhe 6 cm.

Netz:



Oberflächeninhalt:
$O = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3\text{ cm} \cdot 4\text{ cm} + (5\text{ cm} + 4\text{ cm} + 3\text{ cm}) \cdot 6\text{ cm} = 12\text{ cm}^2 + 72\text{ cm}^2 = 84\text{ cm}^2$

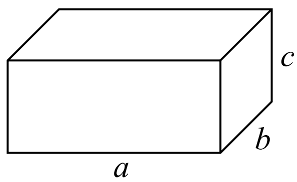
Volumen

Der **Rauminhalt V** eines Körpers gibt an, wie oft ein Einheitswürfel darin enthalten ist. Die Einheiten für das Volumen ergeben sich aus den Kantenlängen der Einheitswürfel.

Volumen des Quaders

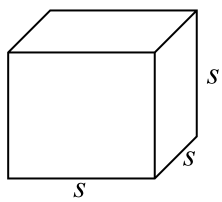
Das Volumen eines Quaders mit den Kantenlängen *a*, *b* und *c* beträgt:

$V_{\text{Quader}} = a \cdot b \cdot c$
(„Länge mal Breite mal Höhe“)



Das Volumen eines Würfels mit der Kantenlänge *s* beträgt:

$V_{\text{Würfel}} = s \cdot s \cdot s = s^3$



Bsp.: $V_Q = 7{,}5\text{ cm} \cdot 2\text{ dm} \cdot 3\text{ cm} = 7{,}5\text{ cm} \cdot 20\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} = 450\text{ cm}^3$
$V_W = 4\text{ cm} \cdot 4\text{ cm} \cdot 4\text{ cm} = 64\text{ cm}^3$

Volumen zusammengesetzter Körper

Das Volumen eines Körpers kann man bestimmen, indem

- man den Körper in Quader zerlegt und das Volumen der Teilquader addiert.
- man den Körper durch Hinzufügen von Quadern zu einem Quader ergänzt und das Volumen der ergänzten (Teil-) Quader vom Gesamtquader subtrahiert.
- man den Körper zerlegt und zu einem Quader neu zusammensetzt, dessen Volumen dann berechnet wird.

Daten und Zufall

Diagramme

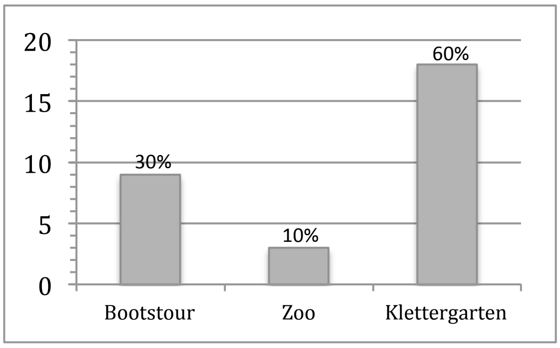
Daten können mit Hilfe von Tabellen oder Diagrammen dargestellt werden.
Bei der Auswahl der Darstellungsform muss auf die Zweckmäßigkeit geachtet werden.

Bsp.:

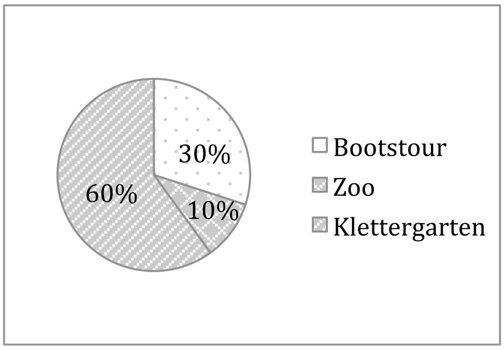
A) Tabelle

	Bootstour	Zoo	Klettergarten
Anzahl	9	3	18

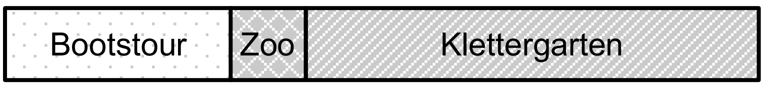
B) Säulendiagramm (Balkendiagramm)
Die Höhe der Säulen (Länge der Balken) entspricht dem jeweiligen Anteil.
(Hier: Säulendiagramm)



C) Kreisdiagramm
Die Größe des Mittelpunktswinkels entspricht dem jeweiligen Anteil.



D) Streifendiagramm
Die Länge der Abschnitte entspricht dem jeweiligen Anteil.



Anzahlen werden zumeist mit Säulen- oder Balkendiagrammen dargestellt, bei Anteilen verwendet man zusätzlich Kreis- und Streifendiagramme.

Interpretation von Diagrammen

Bei der Interpretation eines Diagramms sind folgende Punkte zu beachten:
Titel des Diagramms, Beschriftung der Achsen, Diagrammtyp, Bezug der Prozentsätze, Interessen des Erstellers

Diagramme können auch einen falschen Eindruck erwecken bzw. manipulativ wirken, wenn

- die Diagrammachse nicht bei 0 beginnt.
- die Einteilung der Achsen nicht gleichmäßig ist.
- die Darstellung der Größenverhältnisse nicht beachtet wird. (Bilddiagramm)

Prozentangaben in den Medien

Bei Informationen aus den Medien ist darauf zu achten, worauf sich die Prozentangabe bezieht (Grundwert). Werden Veränderungen beschrieben, ist darauf zu achten, ob Prozente oder Prozentpunkte gemeint sind.

Bsp.: „19 % auf alles! Wir schenken Ihnen die Mehrwertsteuer!“
Produkt kostet 100 € → Mehrwertsteuer von 19 % sind 19 € Ersparnis
19 € des mit 119 € ausgezeichneten Preises: $\frac{19}{119} = 0{,}159\ldots \approx 0{,}16 = 16\ \%$

absolute Veränderung: 20 % → 25 % : + 5 Prozentpunkte
relative Veränderung: 20 % → 25 % : $+\frac{5}{20} = +\frac{1}{4} = +25\ \%$

Absolute und relative Häufigkeit

Die Anzahl, mit der ein bestimmter Wert (eine bestimmte Ausprägung) auftritt, nennt man **absolute Häufigkeit** *H*. Der Anteil dieses Wertes an der Gesamtzahl wird als **relative Häufigkeit** *h* bezeichnet.
Es gilt der Zusammenhang:

$$\text{Relative Häufigkeit } \boldsymbol{h} = \frac{\text{absolute Häufigkeit } \boldsymbol{H}}{\text{Gesamtzahl}}$$

Bsp.: Von den 28 Kindern der Klasse 6a essen 21 sehr gerne Spaghetti.
$h = \frac{21}{28} = \frac{3}{4} = 0{,}75 = 75\ \%$

Das arithmetische Mittel

Das arithmetische Mittel $\overline{m}$ gibt den Durchschnittswert aller Werte an:

$$\text{Arithmetisches Mittel } \overline{m} = \frac{\text{Summe aller Werte}}{\text{Gesamtzahl}}$$

Bsp.: Bei einer fünftägigen Wanderung wurden am jeweiligen Tag 8 km, 21 km, 13 km, 16 km und 14 km zurückgelegt.

$\overline{m} = \frac{8\text{ km}+21\text{ km}+13\text{ km}+16\text{ km}+14\text{ km}}{5} = \frac{72\text{ km}}{5} = 14{,}4\text{ km}$
(durchschnittlich pro Tag zurückgelegte Strecke)

Größen und Messen

Volumen

Zum Messen von Volumen verwendet man üblicherweise als **Volumeneinheiten** die Volumina von Würfeln, deren Kantenlänge 1 mm, 1 cm, 1 dm oder 1 m betragen.

Kantenlänge des Würfels	Volumen
1 mm	1 mm^3 (Kubikmillimeter)
1 cm	1 cm^3 (Kubikzentimeter)
1 dm	1 dm^3 (Kubikdezimeter)
1 m	1 m^3 (Kubikmeter)

Volumeneinheiten: $1\ \text{m}^3 = 1\,000\ \text{dm}^3$

$1\ \text{dm}^3 = 1\,000\ \text{cm}^3$

$1\ \text{cm}^3 = 1\,000\ \text{mm}^3$

Der Umrechnungsfaktor bei Volumeneinheiten ist 1 000 (**3** Stellen).

Bsp.: $3{,}647\ \text{dm}^3 = 3\,647\ \text{cm}^3$ oder $0{,}00379\ \text{m}^3 = 3{,}79\ \text{dm}^3 = 3\,790\ \text{cm}^3$ oder
$257\ \text{mm}^3 = 0{,}257\ \text{cm}^3$

Flüssigkeitsmengen werden oft in den Einheiten *Milliliter* (mℓ), *Liter* (ℓ) und *Hektoliter* (hℓ) gemessen.

Hierbei gilt:

$1\ \text{dm}^3 = 1\ \ell$

$1\ \text{cm}^3 = 1\ \text{m}\ell$, da $1\ \text{m}\ell = \frac{1}{1000}\ \ell = \frac{1}{1000}\ \text{dm}^3 = 1\ \text{cm}^3$

$1\ \text{h}\ell = 100\ \ell$

Bsp.: $43\,852\ m\ell = 43{,}852\ \ell = 43{,}852\ \text{dm}^3$

$0{,}73\ \ell = 0{,}73\ \text{dm}^3 = 730\ \text{cm}^3$

$2{,}36\ h\ell = 236\ \ell = 236\ \text{dm}^3 = 0{,}236\ \text{m}^3$